

Aplikasi Logika Matematika pada penyusunan Jaringan

Nuryadin¹

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta ¹

ABSTRAK

Pada penelitian ini dibicarakan mengenai aplikasi logika matematika, khususnya logika aljabar Boolean dalam penyusunan jaringan listrik, yakni dalam sirkuit saklar dan digital. Aljabar Boolean merupakan suatu cara baru untuk berpikir, suatu cara baru untuk menjelaskan berbagai hal dengan menggunakan lambang-lambang sebagai pengganti kata-kata dalam mencapai kesimpulan logika. Aplikasi aljabar Boolean dalam sirkuit saklar digunakan untuk menentukan ada tidaknya suatu arus yang mengalir melalui sirkuit tersebut, dan mengubah sirkuit saklar dalam bentuk simbolik serta menyusun sirkuit sedemikian rupa sehingga menjadi lebih sederhana. Aplikasi dalam sirkuit digital adalah mengubah sirkuit dalam bentuk persamaan Boolean dan menentukan cara kerja suatu sirkuit.

Kata Kunci: Logika, Jaringan listrik, dan Rangkaian digital

ABSTRACT

At this research is conversed to hit the application of mathematics logic specially logic of algebra Boolean in compilation of electrics network, namely in the switching circuits and digital circuits. Algebra Boolean represent a way of newly to think, a way of newly to explain the matters by using notations in the place of words in reaching logic conclusion. Application of Algebra Boolean in the switching circuits is used to determine a current emitting stream of through/ passing the circuit, and alter the switching circuits in the form of symbolic and also compile the circuit in such a way that become more simple. Application in digital circuit is alter the circuit in the form of equation Boolean and determine the way of job a circuit.

Key words: *Logic, Electrics network, and Circuit digital*

PENDAHULUAN

Logika Matematika yang merupakan terjemahan dari symbolic logic yang dapat diartikan sebagai tata cara berpikir atau pola berpikir matematika. Pendidik matematika perlu mengetahui sebenarnya untuk apa matematika diajarkan kepada siswa. Tentu bukan untuk mengetahui semua matematika yang ada atau sebanyak mungkin mengetahui matematika. Matematika diajarkan kepada siswa adalah untuk membantu siswa agar tertata nalarnya, terbentuk kepribadiannya serta terampil menggunakan matematika dan penalarannya dalam kehidupan kelak. Logika matematika merupakan satu bagian dalam matematika yang penting, dengan maksud diajarkannya antara lain agar kita lebih cermat, lebih teliti dalam membahas dan memecahkan soal-soal matematika, dan diharapkan lebih disiplin dalam pemakaian bahasa matematika, agar lebih kritis dalam membuat pernyataan-pernyataan matematika (ST. Negoro: 1998; 193). Maksud dan tujuan tersebut merupakan suatu upaya untuk mencetak manusia yang berpengetahuan berkualitas.

Pengertian tentang bagaimana menggunakan logika, dapat membantu kita menghindari salah penafsiran dan meningkatkan keahlian dalam berpikir analitis (Theresia M.H. Tirta Seputro: 1992; 6). Pemakaian logika matematika dalam kehidupan sangat dibutuhkan. Logika matematika yang dibahas di sini adalah logika aljabar Boole.

Aljabar Boole merupakan suatu cara baru untuk berpikir, suatu cara baru untuk menjelaskan berbagai hal. Sejauh ini penilaian masyarakat terhadap matematika sangat bergantung pada kegunaannya untuk memecahkan problem-problem nyata. Oleh karena itu, hubungan antara matematika dengan dunia nyata menjadi cukup penting. Maka dalam hal ini, aljabar

Boole pun dapat diterapkan dalam kehidupan nyata, yakni dalam bidang fisika. Pertama, aljabar Boole bisa diterapkan dalam listrik, yaitu dalam sirkuit saklar atau rangkaian alat pemindah aliran listrik. Dan kedua, aljabar Boole diterapkan dalam rangkaian digital. Berdasarkan pemikiran ini, penulis berusaha mengangkat judul tentang aplikasi logika matematika pada penyusunan jaringan listrik.

Logika Matematika merupakan cabang ilmu yang sangat penting yang perlu dipelajari, dikembangkan, dan diterapkan dalam kehidupan. Logika matematika dapat diterapkan dalam berbagai bidang, baik dalam bidang agama, sosial, ekonomi, biologi, fisika, dan pengetahuan lainnya. Oleh karena itu, penelitian ini dibatasi pada aplikasi logika aljabar Boole pada sirkuit saklar dan digital.

Apabila kita melihat latar belakang diatas, maka dapat diuraikan dengan singkat apa yang sebenarnya menjadi pokok permasalahan dalam penelitian ini. Adapun rumusan permasalahan yang akan diselesaikan adalah bagaimana wujud atau bentuk aplikasi logika aljabar Boole dalam surkuit saklar dan digital.

METODE PENELITIAN

Dengan melihat sifat dan tempat penelitian, penyusunan dan pembahasan skripsi ini adalah bersifat penelitian kepustakaan (library research), yaitu dengan mengkaji, meneliti dan menyelidiki serta mempelajari karya-karya ilmiah yang disajikan dalam bentuk buku, skripsi, ataupun makalah-makalah yang relevan dengan topik penelitian. Kemudian hasilnya dijabarkan dan disusun kembali secara rinci menjadi suatu karya tulis.

Sumber penelitian yang dipakai menjadi bahan penelitian berasal dari

berbagai sumber yang tertulis, baik berupa buku-buku, artikel, jurnal, dan tulisan lainnya yang ada kaitannya dengan masalah logika aljabar Boole, listrik dan digital.

Metode penelitian yang dipakai adalah:

1. Interpretasi
Peneliti berusaha menangkap data-data yang tersembunyi didalam hasil penelitian ilmu tertentu dengan dilatarbelakangi struktur hakiki dan norma-norma dasar kemudian memberikan evaluasi kritis dan kemudian menyajikan data-data alternatif.
2. Komparasi
Perbandingan dilakukan menurut beberapa segi yaitu data lain, teori lain, dan konsep teori lain.
3. Deskripsi
Penelitian dideskripsikan secara kongkrit sehingga terlihat membuka cakrawala baru bagi penelitian.
4. Metode Analisis
 - 1) Analisis isi (content analysis)
Metode content analysis yaitu suatu teknik penelitian untuk membuat inferensi-inferensi yang dapat ditiru dan shahih data dengan memperhatikan konteksnya (Klaus Krippendarft: 1993; 15). Dari pengelompokan masing-masing data berdasarkan atas analisa terhadap isi tersebut dan dapat mengemukakan uraian yang berdasarkan atas sumber data primer dan penyelesaian-penyelesaian serta pendapat para ahli yang berkaitan dengan masalah yang dibahas.
 - 2) Metode deduktif

Berpikir deduktif adalah berpikir yang berangkat dari kebenaran umum mengenai suatu fenomena (teori) dan menggeneralisasikan kebenaran tersebut pada suatu data atau peristiwa (Saifuddin Azwar: 1998; 40). Dengan demikian Metode deduktif yaitu suatu pola pemikiran yang berangkat dari peristiwa yang bersifat umum, kemudian ditarik generalisasi yang bersifat khusus.

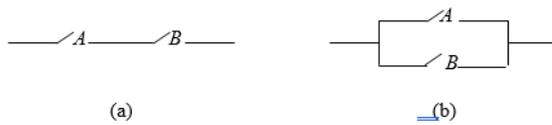
- 3) Metode induktif
Berpikir induktif adalah proses mengorganisasikan fakta-fakta atau hasil-hasil pengamatan yang terpisah-pisah menjadi suatu rangkaian hubungan atau suatu generalisasi (Saifuddin Azwar: 1998; 40). Dengan demikian Metode induktif adalah suatu pola pemikiran yang berangkat dari suatu peristiwa yang bersifat khusus, kemudian ditarik generalisasi yang bersifat umum.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Rangkaian Saklar

Penerapan aljabar Boole dalam rangkaian listrik dapat ditunjukkan oleh rangkaian saklar sederhana. Saklar adalah suatu alat yang dihubungkan dengan suatu titik simpul di dalam suatu sirkuit elektris dan boleh diasumsikan sebagai status tersambung atau terputus (Seymour Lipschuts: 1987; 71). Contoh saklar yang sederhana adalah pada bel listrik. Jika tombol bel ditekan maka saklar tertutup, listrik mengalir dan bel berbunyi. Dua saklar A dan B dapat dihubungkan oleh kawat tembaga dalam rangkaian seri

dan rangkaian paralel sebagai berikut:



Gambar 1. (a) Rangkaian seri, $A \dot{\cup} B$. (b) Rangkaian paralel, $A \dot{\cup} B$

Sebuah desain rangkaian pengganti Boole berarti sebuah susunan kawat tembaga dan saklar yang dapat dibentuk dengan menggunakan berulang dari rangkaian seri dan rangkaian paralel, maka desain tersebut dapat dijelaskan dengan menggunakan kata sambung $\dot{\cup}$ dan $\dot{\cup}$ (Seymour Lipschuts: 1985; 234).

Untuk saklar dalam hubungan seri, lampu akan menyala jika A dan B tersambung. Untuk rangkaian dalam hubungan paralel, lampu akan menyala jika A atau B tersambung. Kedua rangkaian itu dapat dinyatakan dengan pertolongan aljabar Boole sebagai berikut:

$L = A \dot{\cup} B$ untuk hubungan seri, dan $L = A \dot{\cup} B$ untuk hubungan paralel. (Mismail Budiono: 1998; 66).

Kedua tabel berikut menjelaskan sifat sebuah rangkaian seri $A \dot{\cup} B$ dan sebuah rangkaian paralel $A \dot{\cup} B$.

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tabel 1. Tabel kebenaran logika untuk rangkaian seri

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tabel 2. Tabel kebenaran logika untuk rangkaian paralel

Pada jaringan-jaringan tertentu, ada saklar yang posisinya terbuka-tertutup/ditentukan oleh saklar yang lain. Yakni jika saklar yang satu terbuka maka saklar yang lain tertutup. Dua saklar yang selalu mempunyai posisi berlawanan ini disebut saklar yang saling berkomplemen. Tabel berikut ini memperlihatkan hubungan diantara sebuah saklar A dan sebuah saklar A' .

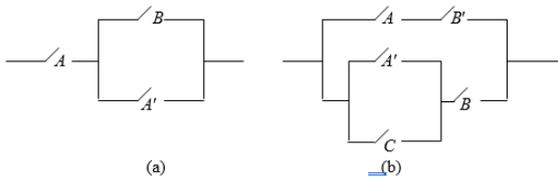
<i>A</i>	<i>A'</i>
1	0
0	1

Tabel 3. Tabel kebenaran untuk rangkaian yang saling berkomplemen

Jika kedua saklar yang saling berkomplemen ini mempunyai hubungan seri maka listrik tidak akan mengalir. Sedangkan jika kedua saklar yang saling berkomplemen mempunyai hubungan paralel, arus listrik akan selalu mengalir melalui rangkaian itu. Salah satu saklar akan selalu tersambung jika yang lainnya terputus.

Ketiga tabel di atas identik dengan tabel konjungsi, disjungsi dan peniadaan (negasi) untuk pernyataan (proposisi). Satu-satunya perbedaan adalah bahwa 0 dan 1 digunakan di sini sebagai ganti dari T dan F pada proposisi. Sirkuit saklar memenuhi aturan-aturan yang sama dengan proposisi

sehingga mereka membentuk sebuah aljabar Boolean, sebagaimana teorema bahwa aljabar rangkaian pengganti Boole adalah sebuah aljabar Boole (Seymour Lipschutz: 1985; 235). Untuk mencari sifat sebuah rangkaian pengganti Boole maka perlu dibentuk sebuah tabel yang analog dengan tabel kebenaran untuk proposisi.



Gambar 2. (a). $A \cup (B \cap A')$, (b). $(A \cup B') \cap [(A' \cup C) \cup B]$

Rangkaian (a) dapat dijelaskan oleh $A \cup (B \cap A')$ dan rangkaian (b) dapat dijelaskan oleh $(A \cup B') \cap [(A' \cup C) \cup B]$. Tinjaulah rangkaian Gambar 5(a) rangkaian di atas. Bagaimana sifat rangkaian tersebut, yakni bilakah rangkaian tersebut akan tersambung (yakni bilakah arus akan mengalir) dan bilakah rangkaian tersebut akan terputus? Sebuah tabel kebenaran dibentuk untuk $A \cup (B \cap A')$ sebagai berikut:

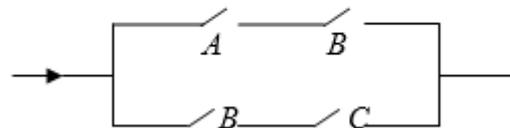
A	B	A'	$B \cap A'$	$A \cup (B \cap A')$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0

Tabel 4. Tabel kebenaran logika

Jadi dari tabel kebenaran di atas tampak bahwa pada rangkaian itu arus akan mengalir hanya jika A dan B keduanya tersambung. Seringkali rangkaian saklar itu dibuat sedemikian rupa sehingga bila saklar

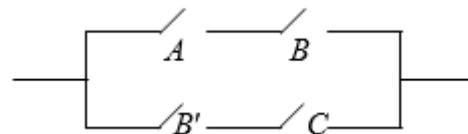
tertentu tersambung, secara otomatis hubungan tertentu yang lain juga menyambung atau sebaliknya jika saklar tertentu terputus maka otomatis hubungan yang lain lepas. Untuk rangkaian semacam ini harus dipakai saklar yang sama. Misalnya saklar B pada rangkaian saklar sebagai berikut, dimana bentuk aljabar Booleannya adalah

$$(A \cap B) \cup (B \cap C)$$



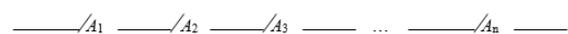
Gambar 3. Rangkaian saklar

Rangkaian saklar juga dapat dibuat sedemikian rupa sehingga jika saklar yang satu tersambung maka secara otomatis saklar tertentu yang lain terputus dan sebaliknya. Untuk keperluan semacam ini haruslah saklar yang kedua merupakan lawan dari saklar yang pertama, yaitu misalnya saklar yang pertama B maka saklar yang kedua B' . Contohnya rangkaian saklar berikut ini yang dalam logika aljabar Boole adalah $(A \cup B) \cap (B' \cup C)$



Gambar 4. Rangkaian saklar

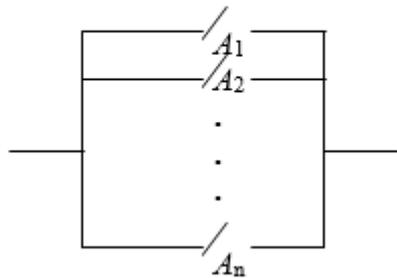
Secara umum, kondisi untuk arus listrik yang mengalir melalui sirkuit terhubung seri adalah $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n$ sebagaimana tampak pada gambar berikut:



Gambar 5. Rangkaian seri

Sedangkan kondisi untuk arus listrik yang mengalir melalui sirkuit saklar yang terhubung secara paralel seperti ditunjukkan pada gambar berikut, adalah

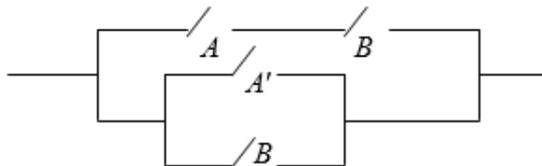
$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \dots \vee A_n$$



Gambar 6. Rangkaian paralel

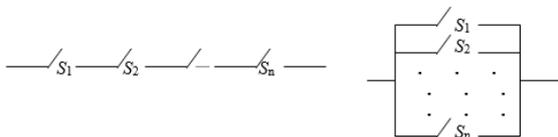
Pada sirkuit saklar berikut, arus listrik mengalir jika dan hanya jika;

$$(A \wedge B) \vee (A' \vee B)$$



Gambar 7. Rangkaian saklar

Gambar tersebut menunjukkan bahwa kita boleh mengkombinasi saklar dalam bentuk seri dan paralel dalam satu rangkaian. Dengan demikian sirkuit ini disebut sirkuit saklar seri-paralel. Secara lebih tepat, jika A suatu pernyataan, maka A adalah sirkuit seri-paralel. Jika S, S1, S2, ..., Sn merupakan sirkuit seri-paralel, kita bisa membentuk sirkuit saklar seri-paralel baru dengan mengganti suatu saklar dalam S dengan yang lain.

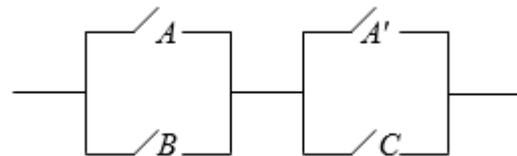


Gambar 8. Rangkaian saklar seri-paralel

Kondisi untuk arus listrik yang mengalir melalui sirkuit seri-paralel dapat ditulis dalam bentuk konjungsi dan disjungsi pada logika proposisi. Pada contoh tersebut kondisi yang sesuai adalah $(A \dot{\cup} B) \dot{\cup} (A\phi \dot{\cup} B)$ (Elliott mendelson: 1987; 72).

Contoh 1:

Tentukan pernyataan simbolik untuk jaringan listrik berikut ini;



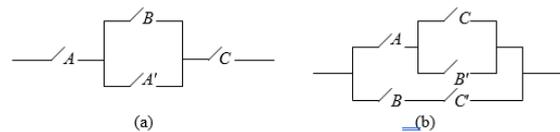
Gambar 9. Rangkaian saklar

Pemecahan:

Perhatikan bahwa A dan B berhubungan paralel, juga A ϕ dan C. Sedang antara A, B dan A ϕ , C terdapat hubungan seri. Jadi pernyataan simbolik untuk jaringan listrik di atas adalah $(A \dot{\cup} B) \dot{\cup} (A\phi \dot{\cup} C)$.

Contoh 2:

Tentukan ekspresi Boolean untuk setiap sirkuit saklar;



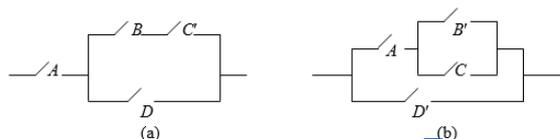
Gambar 10. Rangkaian saklar seri-paralel

Pemecahan:

Kita menggunakan $\dot{\cup}$ (penjumlahan) untuk menyatakan sirkuit paralel, dan $\dot{\cup}$ (product) untuk menyatakan sirkuit seri. Sehingga,
 (a) $A \dot{\cup} (B \dot{\cup} A\phi) \dot{\cup} C$
 (b) $A \dot{\cup} (C \dot{\cup} B\phi) \dot{\cup} (B \dot{\cup} C\phi)$.

Contoh 3:

Tentukan ekspresi Boolean yang berhubungan dengan setiap sirkuit penyaklaran;



Gambar 11. Rangkaian seri-paralel

Pemecahan:

Dengan menggunakan operasi $\dot{\cup}$ untuk menyatakan sirkuit paralel, dan

operasi \cup untuk menyatakan sirkuit seri. Sehingga

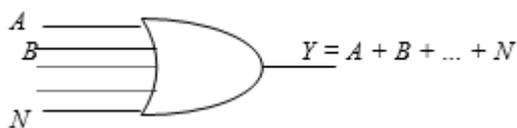
- (a) $A \cup [D \cup (B \cup C)]$,
- (b) $[A \cup (B \cup C)] \cup D$

B. Rangkaian Logika (Gerbang Logika)

Logika sirkuit adalah kerangka yang dibangun dari sirkuit-sirkuit dasar tertentu yang disebut logic gate (gerbang logika). Gerbang (gate) adalah suatu rangkaian logika yang mungkin digambarkan sebagai mesin yang memuat satu masukan atau lebih dan tepat satu keluaran. Masukan diberikan dalam barisan n-bit yang diproses dengan satu bit sirkuit sekaligus untuk menghasilkan sebuah barisan n-bit keluaran.

a. Gerbang OR

Jenis rangkaian digital dasar pertama yang dibahas adalah gerbang OR. Suatu gerbang OR mempunyai dua atau lebih dari dua masukan dan satu keluaran. Gambar 15 memperlihatkan lambang bagi sebuah gerbang OR N masukan untuk segala jenis rancangan dengan A, B, ..., N merupakan masukan-masukannya dan Y adalah keluarannya.



Gambar 11. Simbol logika OR dengan N Masukan

Untuk saat ini, akan dianalisa suatu gerbang OR dua masukan dengan membatasi tegangan-tegangan masukan pada 0 V atau 1 V. Hanya terdapat empat hal kemungkinan untuk dianalisa:

- i). $A = 0$ dan $B = 0$. Dengan kedua tegangan masukan pada nol tegangan keluaran pastilah nol karena tidak terdapat tegangan di manapun dalam rangkaian, oleh karenanya $Y = 0$
- ii). $A = 0$ dan $B = 1$. Batere B memberikan prategangan maju pada

dioda bawah, mengakibatkan keluaran secara ideal menjadi 1V. Karena batere A adalah 0V, maka terlihat sebagai suatu hubung singkat. Dioda atas mati, dioda bawah hidup, dan keluaran $Y = 1V$

iii). $A = 1$ dan $B = 0$. akibat simetri rangkaian, argumen dalam hal ini adalah sama dengan arguman pada hal (ii), dioda atas hidup, dioda bawah mati, dan $Y = 1V$.

iv). $A = 1$ dan $B = 1$. dengan kedua masukan pada 1V kedua dioda berprategangan maju. Karena kedua tegangan adalah paralel, tegangan keluaran secara ideal adalah 1V, oleh karenanya $Y = 1V$.

Berdasarkan analisa diatas, dapat dibuat suatu cara operasi gerbang OR sebagaimana definisi berikut: keluaran dari gerbang OR menunjukkan keadaan 1 jika satu atau lebih dari satu masukannya berada pada keadaan 1.(Jacob Millman: 1993; 151). Ke N masukan dari suatu rangkaian logika akan ditandai dengan huruf A, B, ..., N dan keluarannya dengan huruf Y. Jelas bahwa masing-masing simbol tersebut dapat mengambil salah satu dari dua harga yang mungkin, yakni 0 atau 1. Simbol baku untuk rangkaian OR diberikan dalam Gambar 15 bersama dengan hubungan aljabar boole untuk gerbang yang bersangkutan. Persamaannya harus dibaca "Y sama dengan A atau B atau ... atau N". Sebagai bentuk lain dari definisi logika dalam kata-kata dapat digunakan suatu tabel logika atau tabel kebenaran (truth table) yang mengandung daftar dari semua harga masukan yang mungkin serta keluaran yang berkaitan.

Kebanyakan rangkaian digital menggunakan dioda dan transistor sebagai saklar untuk mengubah dari satu peringkat tegangan ke peringkat yang lain. Bila kita menganalisa rangkaian

digital, kita menentukan apakah suatu tegangan rendah atau tinggi. Harga besar atau nilai tepatnya adalah tidak penting, sepanjang tegangan tersebut dapat dibedakan sebagai rendah atau tinggi.

Dalam rangkaian digital tegangan rendah atau tinggi seringkali dinyatakan masing-masing sebagai 0 dan 1. Sebagai contoh, dalam gerbang OR peringkat masukannya adalah salah satu 2 V atau 10 V, rendah atau tinggi. Jika kita anggap 0 menyatakan 2 V dan 1 menyatakan 10 V, dapat dibuat sebuah tabel kebenaran yang ekuivalen dengan 0 dan 1. Masalahnya adalah kita dapat menggunakan tegangan-tegangan sebenarnya, atau kita dapat menggunakan 0 atau 1 untuk menyatakan rendah atau tinggi; dalam kedua hal tersebut gerbang OR memberikan keluaran tinggi pada saat salah satu atau semua masukannya tinggi.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
2V	2V	2V
2V	10V	10V
10V	2V	10V
10V	10V	10V

Tabel 5. Tabel kebenaran

Dalam pada itu, banyaknya baris horisontal dalam sebuah tabel kebenaran sama dengan 2^n dengan n adalah banyaknya masukan. Bagi sebuah gerbang dua masukan, tabel kebenarannya mempunyai 2² atau 4 baris. Sebuah gerbang tiga masukan akan memiliki tabel kebenaran dengan 2³ atau 8 baris, sedang gerbang empat masukan akan menghasilkan 2⁴ atau 16 baris, dan seterusnya. Sebuah gerbang OR dapat mempunyai berapapun banyaknya masukan yang diinginkan.

Enam buah dioda menghasilkan sebuah gerbang OR enam masukan, sembilan buah dioda menghasilkan sebuah gerbang OR sembilan masukan. Berapapun banyaknya masukan, operasi suatu gerbang OR dapat diringkas menjadi: satu atau beberapa masukan tinggi menghasilkan keluaran tinggi.

Dalam aljabar biasa, bila kita memecahkan suatu persamaan untuk mencari akar-akarnya, kita dapat memperoleh bilangan nyata positif, negatif, pecahan, dan sebagainya. Dengan perkataan lain, himpunan bilangan dalam aljabar biasa adalah tak berhingga. Dalam aljabar Boole, bila kita memecahkan suatu persamaan, kita memperoleh 0 atau 1 tidak mungkin diperoleh jawaban lain karena himpunan bilangannya hanya mencakup angka biner 0 dan 1.

Perbedaan lain yang sangat mengherankan dalam aljabar Boole adalah makna tanda \cup (dalam beberapa buku yang lain tanda +). Untuk menjelaskan makna ini, tinjaulah Gambar 16 yang memperlihatkan sebuah gerbang OR dua masukan dengan masukan *A* dan *B* dan keluaran *Y*.



Gambar 12. Lambang logika gerbang OR dua masukan

Dalam aljabar Boole tanda \cup melambangkan kerja suatu gerbang OR dengan perkataan lain, suatu gerbang OR dapat dipandang sebagai suatu piranti yang menggabungkan *A* dengan *B* untuk memberikan hasil *Y*. Dalam aljabar Boole bila kita menuliskan $Y = A \cup B$, dimaksudkan bahwa *A* dan *B* akan digabungkan dengan cara yang sama seperti gerbang OR menggabungkan *A* dan *B*. Ekspresi $Y = A \cup B$ dibaca sebagai

Y sama dengan A atau B. Sekali lagi tanda \cup tidak menyatakan penambahan biasa. Tanda ini menyatakan penambahan OR yang kaidah-kaidahnya diberikan oleh tabel kebenaran OR pada Tabel 6;

A	B	$Y = A \cup B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabel 6. Tabel kebenaran untuk gerbang OR

Untuk membiasakan diri dengan penambahan OR, maka perlu dicari nilai $Y = A \cup B$ bagi keempat kondisi masukan.

- i). $A = 0, B = 0$, diperoleh
 $Y = A \cup B = 0 \cup 0 = 0$
- ii). $A = 0$ dan $B = 1$, ini memberikan
 $Y = A \cup B = 0 \cup 1 = 1$
- iii). $A = 1$ dan $B = 0$, hal ini seperti (ii)
 $Y = A \cup B = 1 \cup 0 = 1$
- iv). $A = 1$ dan $B = 1$, diperoleh
 $Y = A \cup B = 1 \cup 1 = 1$

Dalam aljabar Boole tanda \cup menyatakan penambahan OR, jenis penambahan yang dilakukan oleh gerbang OR.

Jika diingat bahwa A, B dan C hanya dapat mengambil harga 0 atau 1, maka dengan mudah dapat dibuktikan persamaan-persamaan dalam aljabar Boole berikut ini yang berkaitan dengan operasi OR (\cup):

$$A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (3)$$

$$A \cup B = B \cup A \quad (4)$$

$$A \cup A = A \quad (5)$$

$$A \cup 1 = 1 \quad (6)$$

$$A \cup 0 = A \quad (7)$$

Persamaan-persamaan ini dapat dibuktikan dengan menggunakan definisi dari operasi OR, tabel logikanya, atau

urutan cara kerja rangkaian OR seperti diberikan di atas.

b. Gerbang AND

Gerbang AND merupakan jenis rangkaian digital dasar yang lain. Gerbang ini memberikan keluaran hanya bila semua masukan hadir. Dengan menggunakan dioda ideal dan membatasi semua tegangan pada salah satu 0 V atau 1 V, terdapat empat hal kemungkinan untuk dianalisa:

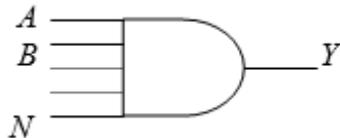
- (i). $A = 0$ dan $B = 0$, karena kedua batere masukan pada 0 V, maka dapat dipandang sebagai hubung singkat. Batere 1 V mengalirkan arus konvensional dalam arah ke masing-masing segitiga dioda; oleh karena itu, kedua dioda hidup dan terhubung singkat. Dengan demikian $Y = 0$
- (ii). $A = 0$ dan $B = 1$, dioda atas berprategangan maju, keluaran masih terhubung singkat ke tanah melalui dioda atas dan batere. Oleh karenanya $Y = 0$
- (iii). $A = 1$ dan $B = 0$, akibat simetri, argumennya sama dengan argumen untuk hal (ii), dan $Y = 0$
- (iv). $A = 1$ dan $B = 1$, arus tidak mengalir dalam rangkaian. Dengan tiadanya arus pada R, tidak terdapat jatuhan tegangan pada R, sehingga Y pastilah sama dengan 1 V.

Seperti biasanya kita dapat meringkaskan kerja sebuah rangkaian dengan sebuah tabel kebenaran. Penggunaan 0 V dan 1 V hanyalah untuk memudahkan analisa. Kita dapat menggunakan dua nilai tegangan yang berlainan yang manapun.

A	B	$Y = A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 7. Tabel kebenaran untuk gerbang AND

Dengan demikian suatu gerbang AND mempunyai dua atau lebih dari dua masukan dan keluaran tunggal dan cara operasinya mengikuti definisi sebagai berikut: keluaran dari suatu gerbang AND menempati keadaan 1 jika dan hanya jika semua masukan menempati keadaan 1 (Jacob Millman: 1993; 153). Simbol untuk gerbang AND diberikan pada Gambar 17 bersama dengan hubungan aljabar Boole untuk gerbang tersebut. Persamaannya harus dibaca "Y sama dengan A dan B dan ... dan N.



Gambar 13. Simbol logika untuk gerbang AND n masukan

Tanda $\dot{\cup}$ (perkalian) mempunyai makna baru dalam aljabar Boole. Untuk memahami makna ini, tinjaulah gerbang AND pada Gambar 17, gerbang AND dipandang sebagai suatu piranti yang menggabungkan A dan B untuk memberikan hasil Y. Maka dalam aljabar Boole dapat ditulis

$$Y = A \dot{\cup} B$$

dengan maksud bahwa A dan B akan digabungkan dengan cara yang sama seperti gerbang AND menggabungkan A dan B untuk menghasilkan Y. Untuk mempraktekannya, maka harus diselesaikan $Y = A \dot{\cup} B$ bagi keempat kemungkinan hal yang ada:

(i). Bila $A = 0$ dan $B = 0$, ini memberikan $Y = A \dot{\cup} B = 0 \dot{\cup} 0 = 0$

Hal ini karena gerbang AND menggabungkan 0 dengan 0 untuk memberikan 0.

(ii). Bila $A = 0$ dan $B = 1$, diperoleh

$$Y = A \dot{\cup} B = 0 \dot{\cup} 1 = 0$$

Hal ini karena gerbang AND menggabungkan 0 dengan 1 untuk memberikan 0

(iii). Bila $A = 1$ dan $B = 0$, hal ini seperti hal (ii)

$$Y = A \dot{\cup} B = 1 \dot{\cup} 0 = 0$$

(iv). Bila $A = 1$ dan $B = 1$, ini memberikan $Y = A \dot{\cup} B = 1 \dot{\cup} 1 = 1$

Keempat hasil ini mudah untuk diingat. Walaupun tanda $\dot{\cup}$ tidak menyatakan perkalian dalam pengertian biasa, namun hasil perkalian AND sama seperti pada perkalian biasa.

Misalkan sebuah gerbang AND mempunyai tiga masukan. Dan misalkan bahwa kedua peringkat tegangan berlainan 0 V dan 10 V. Jika suatu masukan berada pada 0 V (diketanakkan), dioda yang terhubung ke masukan tersebut berprategangan maju atau terhubung singkat, oleh karena itu keluaran akan terhubung singkat ke tanah. Dengan demikian, $Y = 0$, bila salah satu masukannya adalah 0. Satu-satunya cara untuk memperoleh $Y = 10$ V adalah dengan membuat semua masukan secara serentak sama dengan 10 V. Dalam hal ini tidak ada arus melalui R, dan keluaran meningkat ke nilai tegangan penyedia. Jika 0 dianggap menyatakan tegangan rendah dan 1 menyatakan tegangan tinggi, diperoleh tabel kebenaran pada Tabel berikut;

A	B	C	$Y = (A \wedge B \wedge C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabel 8. Tabel kebenaran logika untuk gerbang AND tiga masukan

Gerbang AND dapat memiliki berapapun masukan yang diinginkan.

Sebagai contoh, 8 buah dioda menghasilkan sebuah gerbang AND delapan masukan, 16 dioda menghasilkan gerbang AND enam belas masukan. Berapapun banyaknya masukan yang dimiliki oleh sebuah gerbang AND, semua masukan harus tinggi untuk mendapatkan keluaran yang tinggi.

Dengan mengingat bahwa A, B dan C hanya dapat mengambil harga 0 atau 1, kita dapat membuktikan persamaan-persamaan berikut ini yang menyangkut operasi AND:

$$A \wedge B \wedge C = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \quad (8)$$

$$A \wedge B = B \wedge A \quad (9)$$

$$A \wedge A = A \quad (10)$$

$$A \wedge 1 = A \quad (11)$$

$$A \wedge 0 = 0 \quad (12)$$

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \quad (13)$$

$$A \vee (A \wedge B) = A \quad (14)$$

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C) \quad (15)$$

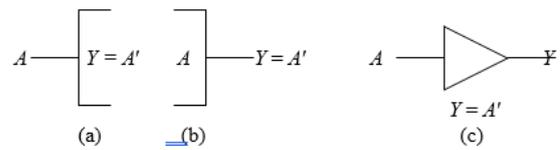
Persamaan-persamaan ini dapat dibuktikan dengan menggunakan definisi dari operasi AND, tabel logikanya, atau cara operasi rangkaian AND yang dibahas di atas.

c. Gerbang NOT

Jenis rangkaian digital yang lain adalah gerbang NOT, yang juga disebut inverter (pembalik). Yang dilakukan hanyalah membalik sinyal masukan. Jika masukan adalah tinggi, maka keluaran adalah rendah, dan sebaliknya. Rangkaian NOT mempunyai satu masukan dan satu keluaran dan melakukan operasi peniadaan (negation) sesuai dengan definisi berikut: keluaran dari rangkaian NOT akan mengambil keadaan 1 jika dan hanya jika masukannya tidak mengambil keadaan 1 (Jacob Millman: 1993; 153).

Jika tegangan masukan cukup tinggi, transistor menjadi jenuh, sehingga keluaran adalah rendah. Sebaliknya, jika tegangan masukan cukup rendah transistor terpancung, dan tegangan keluaran adalah tinggi. Simbol gerbang NOT dan persamaan Boole untuk operasi peniadaan diberikan pada Gambar 18(c). Persamaannya harus dibaca "Y sama

dengan bukan A atau Y sama dengan komplemen dari A".



Gambar 14. Peniadaan (pembalikan) logika pada (a) masukan dan (b) keluaran, dari suatu blok (sistem) logika; (c) simbol yang sering digunakan untuk suatu gerbang NOT dan persamaan Boolean yang bersangkutan

Tanda negasi (negation) pada masukan dari suatu kotak logika ditunjukkan dalam Gambar 18(a) dan tanda serupa pada keluarannya ditunjukkan pada Gambar 18(b). Pada Gambar 18(c), masukan A ke gerbang NOT dibalik. Jika 0 masuk, 1 keluar, dan jika 1 masuk, maka 0 keluar. Dalam aljabar Boole ekspresi

$$Y = A\phi$$

berarti mengubah A dengan cara yang sama seperti sebuah gerbang NOT mengubah A. Tanda aksen di atas berarti mengubah atau mengkomplemenkan kuantitas yang bersangkutan ke dalam angka alternatif dengan perkataan lain, Bila A = 0, maka $Y = A\phi = 0\phi = 1$, karena NOT 0 adalah 1
Bila A = 1, maka $Y = A\phi = 1\phi = 0$, karena NOT 1 adalah 0.

Tabel kebenaran bagi rangkaian NOT adalah:

Masukan (A)	Keluaran (Y)
0	1
1	0

Tabel 9. Tabel kebenaran logika untuk gerbang NOT

Suatu rangkaian yang dapat melaksanakan operasi peniadaan logika disebut rangkaian NOT. Atau berhubung dengan tanda keluaran yang terbalik terhadap masukannya dalam operasi ini, rangkaian ini dikenal juga sebagai suatu pembalik atau inverter. Keluaran dari

pembalik secara relatif berharga lebih positif jika dan hanya jika masukannya relatif kurang positif. Suatu sistem biner hanya mengenal dua tingkat tegangan, V(0) dan V(1). Keluaran serta masukan dari suatu pembalik (inverter) harus bekerja antara kedua harga tegangan tersebut. Bila masukannya berada pada V(0), maka keluarannya harus ada pada V(1), dan sebaliknya. Jadi secara idel, rangkaian NOT membalik tanda suatu sinyal, namun tetap mempertahankan bentuknya serta tingkat biner yang digunakan dalam operasi sinyal masukan. Rangkaian ini disebut rangkaian NOT (tidak) karena keluaran tidak sesuai dengan masukannya. Kadang-kadang digunakan tanda bar sebagai pengganti prim/aksen untuk menyatakan operasi NOT, yakni:

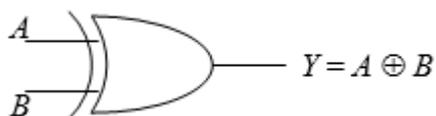
$Y = \bar{A}$ dapat digunakan sebagai pengganti dari $Y = A\bar{}$

Namun dalam penelitian ini, penulis lebih akrab dengan menggunakan tanda prim/aksen ($\bar{}$) untuk menyatakan suatu operasi NOT.

Operasi OR, AND, dan NOT pada aljabar Boole mungkin dirasakan aneh. Mengapa dibuat operasi-operasi baru seperti ini? Karena operasi-operasi ini menjelaskan gerbang OR, AND, dan NOT, suatu unsur pembangun sistem-sistem logika yang lebih rumit yang tidak dibahas dalam penelitian ini. Dengan aljabar Boole seseorang atau sebuah perusahaan dapat merancang sistem digital secara lebih mudah.

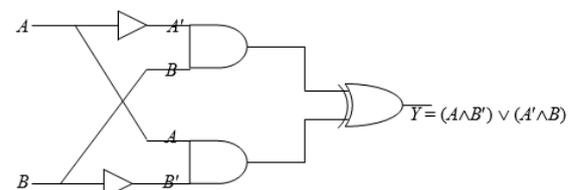
d. Gerbang XOR

Gerbang XOR berasal dari kata exclusive-or, dan sering dibaca sebagai OR eksklusif. Suatu gerbang OR eksklusif memenuhi definisi sebagai berikut: keluaran dari suatu OR eksklusif dengan dua masukan akan sama dengan keadaan 1 jika satu dan hanya satu masukan yang sama dengan keadaan 1 (Jacob Millman: 1993; 163).



Gambar 15. Simbol logika untuk rangkaian XOR

Gambar 15 memperlihatkan simbol standar sebuah gerbang OR eksklusif. Gerbang ini mempunyai dua masukan dan satu keluaran. Masing-masing masukan menuju ke sebuah inverter. Keluaran-keluaran inverter ini adalah $A\bar{}$ dan $B\bar{}$. Seperti terlihat pada Gambar 16, $A\bar{}$ dan B menuju ke gerbang AND atas, sehingga keluarannya adalah $(A\bar{} \bar{})$. Demikian pula, $(A \bar{} \bar{})$ keluar dari gerbang AND bawah. Gerbang OR eksklusif mempunyai masukan-masukan $(A \bar{} \bar{})$ dan $(A\bar{} \bar{})$, sehingga keluaran akhir adalah $Y = (A \bar{} \bar{}) \bar{} \cup (A\bar{} \bar{})$.



Gambar 16. Gerbang OR eksklusif

Akan dianalisa rangkaian pada Gambar 19 yang disebut sebagai gerbang OR eksklusif, yakni dengan mencari nilai Y bagi keempat kondisi yang mungkin,

- (i). Bila $A = 0$ dan $B = 0$,
 $Y = (0 \wedge 0') \vee (0' \wedge 0) = (0 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) = 0 \vee 0 = 0$
- (ii). Bila $A = 0$ dan $B = 1$,
 $Y = (0 \wedge 1') \wedge (0' \wedge 1) = (0 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) = 0 \vee 1 = 1$
- (iii). Bila $A = 1$ dan $B = 0$,
 $Y = (1 \wedge 0') \vee (1' \wedge 0) = (1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) = 1 \vee 0 = 1$
- (iv). Bila $A = 1$ dan $B = 1$,
 $Y = (1 \wedge 1') \vee (1' \wedge 1) = (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) = 0 \vee 0 = 0$

Hasil ini diringkaskan dalam tabel kebenaran pada Tabel 10.

Masukan		Keluaran
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabel 10. Tabel kebenaran untuk gerbang XOR

Alasan bagi nama OR eksklusif adalah sebagai berikut: keluaran 1 terjadi bila A atau B adalah 1, namun tidak kedua-duanya. Dinyatakan secara lain, gerbang OR eksklusif mempunyai keluaran 1 hanya jika masukan-masukannya berbeda, keluarannya adalah 0 bila kedua masukannya sama. Gerbang XOR memberikan kepada kita sebuah fungsi baru untuk dipergunakan. Akan digunakan lambang \oplus untuk menyatakan fungsi ini. Untuk menjelaskan cara kerja gerbang XOR, dapat dituliskan

$$Y = A \oplus B$$

Bilamana kita melihat $Y = A \oplus B$, kita ketahui bahwa keluaran diberikan oleh tabel kebenaran pada Tabel 10.

Lambang logika bagi gerbang XOR dua masukan diberikan pada Gambar 19 bersama hubungan aljabar Boole untuk rangkaian tersebut. Ketika melihat lambang ini, maka harus diingat bahwa masukan harus berbeda untuk mendapatkan keluaran yang tinggi.

KESIMPULAN

Penerapan aljabar Boolean dapat ditunjukkan pada sebuah rangkaian/sirkuit saklar sederhana dan rangkaian digital dasar. Semua operasi logika dalam suatu rangkaian saklar tergantung pada ada atau tiadanya arus yang mengalir melalui rangkaian. Operasi logika dalam suatu rangkaian digital tergantung pada ada atau tiadanya sinyal masukan.

Pada rangkaian saklar, tanda \cup menyatakan operasi penjumlahan yang digunakan untuk sebuah rangkaian paralel. Tanda \cap menyatakan operasi perkalian untuk rangkaian seri dan tanda \oplus menyatakan operasi untuk rangkaian saklar yang sifatnya terbuka-tertutup (berkomplemen). Pada rangkaian digital tanda \cup menyatakan penambahan OR, cara yang digunakan oleh sebuah gerbang OR dalam menggabungkan masukan-masukannya untuk menghasilkan keluarannya. Tanda \cap menyatakan perkalian AND,

dan tanda \oplus menyatakan operasi rangkaian NOT. Dengan menggabungkan rangkaian-rangkaian OR, AND, dan NOT menurut cara yang sesuai, dapat dibangun rangkaian-rangkaian yang melakukan penambahan maupun pengurangan, yaitu rangkaian XOR, NAND dan rangkaian NOR.

DAFTAR PUSTAKA

- A. Yusuf Ali, (trans). 1983. The Holy Quran. Maryland: Amana Corp. Dalam Mohaini Mohamed, 2001. Matematikawan Muslim terkemuka. Jakarta: Salemba teknika.
- Agus Nggermanto, 2001. Quantum quotient (kecerdasan quantum): Cara cepat melejitkan IQ, EQ, SQ secara harmonis. Bandung: Nuansa.
- Albert Paul Malvino, 1994. Prinsip-prinsip Elektronika Jilid 1. Jakarta: Erlangga.
- _____, 1992. Prinsip-prinsip dan penerapan digital. Jakarta: Erlangga.
- AR. Margunadi, 1991. Dasar-dasar teori rangkaian. Jakarta: Erlangga.
- B. Enderton Herbert, 1972. A Mathematical introduction in logic. San Diego California: Academic Press, Inc.
- Budiono Mismail, 1995. Rangkaian listrik jilid pertama. Bandung: ITB.
- _____, 1998. Dasar-dasar rangkaian logika digital. Bandung: ITB.
- Burhanuddin Salam, 1998. Logika formal (filsafat berpikir). Jakarta: Bina Aksara.
- C. Lee Samuel, 1978. Teori switching dan

desain digital. Jakarta: Erlangga.

Bandung: Tarsito.

_____, 1994. Rangkaian digital dan rancangan logika (digital circuit and logic design). Jakarta: Erlangga.

Foster Bob, 2000. Terpadu Fisika SMU Jilid 2A. Jakarta: Erlangga

David A, 1987. Analisis dan desain rangkaian terpadu digital. Jakarta: Erlangga

J.Bueche Frederick, 1994. Teori dan soal-soal Fisika. Jakarta: Erlangga.

Depag RI, 1999. Al-Quran dan terjemahannya (revisi terbaru). Semarang: CV. Asy-Syifa'.

KF. Ibrahim, 1996. Teknik digital. Yogyakarta: ANDI.

ET.Russeffenndi, 1982. Dasar-dasar Matematika Modern untuk Guru.

Krippendarft Klaus, 1993. Analisis isi, pengantar teori dan metodologis. Jakarta: Raja Grafindo Persada.